

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ РАСТОЧНОЙ ОПРАВКИ С ДЕМПФЕРОМ КОЛЕБАНИЙ

Сентяков Кирилл Борисович, к.т.н., заведующий кафедрой "Высшая математика, физика, химия" Воткинского филиала ИжГТУ имени М.Т. Калашиникова, г. Воткинск. la1030@mail.ru

Смирнов Виталий Алексеевич, к.т.н., доцент кафедры "Технология машиностроения и приборостроения" Воткинского филиала ИжГТУ имени М.Т. Калашиникова, г. Воткинск. smivial@mail.ru

Петросян Артур Степанович, инженер, Воткинский завод, г. Воткинск

Аннотация: В статье рассматривается вопрос моделирования колебаний расточной оправки с демпфером колебаний, связанным с оправкой вязкоупругой связью. Разработана математическая модель колебаний расточной оправки, суппорта станка и инерционного тела (демпфера) в виде системы дифференциальных уравнений. Модель выполнена в виде четырехмассовой системы связанных тел. Решение системы дифференциальных уравнений было найдено с использованием метода конечных разностей, а также операторного метода с использованием преобразования Лапласа. В результате моделирования установлено, что использование демпфера колебаний позволяет существенно уменьшить амплитуду собственных колебаний расточной оправки при импульсном воздействии, а также существенно уменьшить амплитуду вынужденных колебаний при воздействии периодической возмущающей силы. Разработанная математическая модель и алгоритмы численного решения дифференциальных уравнений позволяют подобрать оптимальные параметры демпфирующего элемента расточной оправки. Полученные данные будут использованы для создания опытного образца расточной оправки и проведения натурных испытаний.

Ключевые слова: расточная оправка, вибрации, демпфирующий элемент, метод конечных разностей, операторный метод.

Проблема снижения уровня вибраций при растачивании является актуальной для машиностроительного производства. В первую очередь это касается расточных оправок для обработки глубоких отверстий (глубина отверстия свыше 5 диаметров). Вибрации расточной оправки существенно снижают качество обработанной поверхности – повышается шероховатость и неоднородность поверхности, снижается геометрическая точность. Чем длиннее расточной инструмент, тем его жесткость меньше, а значит, указанные выше проблемы становятся еще острее. Указанные трудности вынуждают нас снижать производительность обработки.

Одним из эффективных способов снижения уровня вибраций расточных оправок является использование динамического виброгасителя с вязким трением. Суть решения заключается в том, что внутрь расточной оправки помещается груз, который упруго взаимодействует с оправкой, например, с помощью резиновых колец. Кроме того, колебания груза происходят в масле, которое поглощает колебания.

В ходе наблюдений за процессом растачивания, нами было установлено, что в расчетную схему целесообразно включить следующие тела:

- суппорт станка с резцедержателем;
- расточная оправка;
- инерционное тело (демпфер);

Характеристики перечисленных тел (масса, жесткость закрепления, коэффициент демпфирования) существенно влияют на колебания режущей части инструмента. На рис. 1 схематично изображен узел станка, для которого производится расчет.

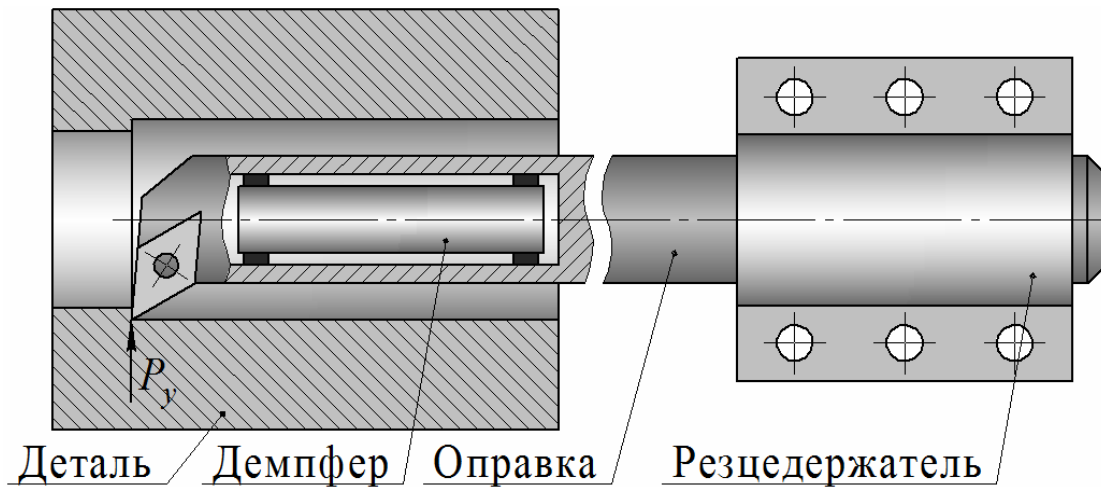


Рисунок 1. Узел станка (схематично)

Общие теоретические принципы исследования подобных вибрационных систем рассматриваются в работах [1], [2], [3], на основе которых и базируется данное исследование.

Составим математическую модель системы. Рассматриваем систему из взаимодействующих тел, связанных вязкоупругой связью. При этом оправку разбиваем на 2 части: менее жесткую полую часть, в которой помещен демпфер, и более жесткую часть. Рассматриваем колебания системы под действием переменной радиальной составляющей силы резания P_y , которую для простоты в расчете обозначим P . Деформация в направлении силы P_y наиболее критична с точки зрения точности размера детали, волнистости и шероховатости поверхности.

Расчетная схема системы представлена на рис. 2.

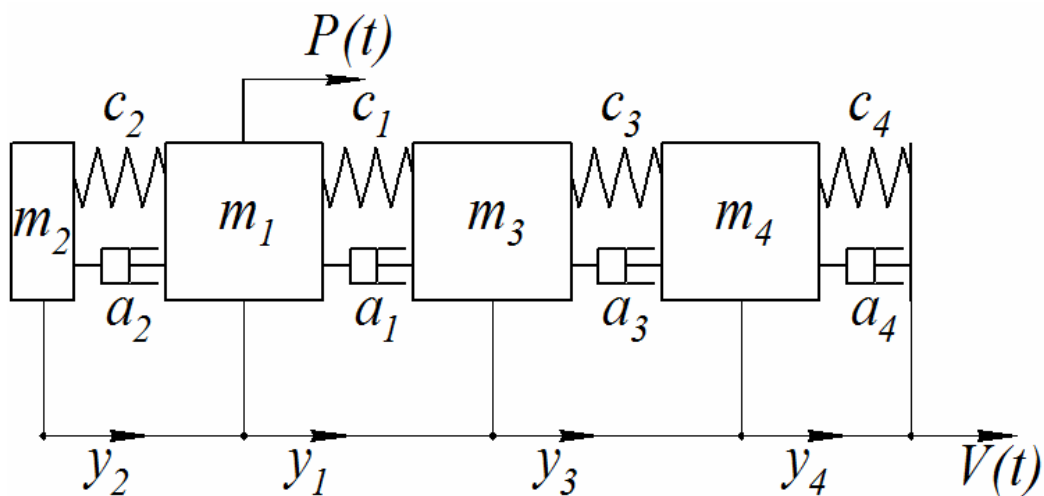


Рисунок 2. Расчетная схема

На рис. 2: m – масса элемента (либо эквивалентная приведенная масса), кг; c – жесткость соединения элементов (либо изгибная жесткость расточной оправки), Н/м; a – коэффициент демпфирования, определяющий потери энергии на вязкое трение, кг/с; $P(t)$ – возмущающая сила от процесса резания, Н; $V(t)$ – вибрации станка, передаваемые суппорту с резцедержателем, м; y – перемещения элементов от положения статического равновесия, м.

Индексы относятся к следующим элементам: 1 – гибкая (пустотелая) часть резца; 2 – демпфер; 3 – жесткая часть резца; 4 – резцедержатель с суппортом станка.

Наибольший интерес при расчете представляет величина y_1 – перемещение гибкой части оправки (перемещение режущей части).

На расточную оправку действует переменная сила резания P , которая стремится отклонить ее от положения статического равновесия. Замеры колебаний расточной оправки показали, что преобладающими частотами колебаний являются:

- частота собственных колебаний (примерно 150...250 Гц), которые возникают вследствие возникновения автоколебаний, характерных для процесса точения;
- частота вынужденных колебаний (примерно 400...600 Гц), которые возникают как результат процесса стружкообразования.

Среднее значение P зависит от применяемых режимов резания.

Эксперименты также показали, что частоты колебаний оправки имеют рассеяние, даже при постоянных режимах резания. Значит важно, чтобы проектируемый виброгаситель имел достаточно широкую полосу эффективного вибропоглощения.

Далее составляем математическую модель. На основе второго закона Ньютона рассматриваем баланс сил, действующих на каждую из четырех масс. В данной модели рассматриваются две силы:

- сила упругого сопротивления, пропорциональная перемещению,
- сила вязкого сопротивления, пропорциональная скорости перемещения

Четыре уравнения равновесия сил составляют систему четырех дифференциальных уравнений в соответствии с расчётной схемой на рис. 2:

$$\begin{cases} m_1 y_1'' = P + c_1(y_3 - y_1) + c_2(y_2 - y_1) + a_1(y_3' - y_1') + a_2(y_2' - y_1') \\ m_2 y_2'' = c_2(y_1 - y_2) + a_2(y_1' - y_2') \\ m_3 y_3'' = c_1(y_1 - y_3) + c_3(y_4 - y_3) + a_1(y_1' - y_3') + a_3(y_4' - y_3') \\ m_4 y_4'' = c_3(y_3 - y_4) + c_4(V - y_4) + a_3(y_3' - y_4') + a_4(V' - y_4') \end{cases} \quad (1)$$

Свободное движение каждой массы по отдельности может быть описано дифференциальным уравнением второго порядка вида:

$$m_i y_i'' + a_i y_i' + c_i y_i = 0 \quad (2)$$

Или в форме типового колебательного звена [4] динамической системы:

$$T_i^2 y_i'' + 2T_i \xi_i y_i' + y_i = 0 \quad (3)$$

Где T_i – постоянная времени или период свободных колебаний, с;

ξ_i – коэффициент демпфирования ($0 < \xi_i < 1$).

Данные параметры при совместном рассмотрении (2) и (3):

$$T_i = \sqrt{\frac{m_i}{c_i}} \quad (4)$$

$$a_i = 2T_i\xi_i c_i \quad (5)$$

Тогда собственная частота каждого из четырёх элементов определяется по известной [4] формуле:

$$\omega_i = \frac{\sqrt{1-\xi_i^2}}{T_i} \quad (6)$$

Аналитическое решение системы (1) приводит к одному линейному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами восьмого порядка. Дальнейшее решение предполагает нахождение корней характеристического уравнения восьмой степени и рассмотрения различных вариантов решений при вещественных или комплексных корнях, что вызывает определённые трудности. Поэтому система (1) была решена численным итерационным методом конечных разностей. На рис. 3 представлено решение при ступенчатом воздействии силы $P = 500$ Н и при отсутствии возмущения V . Моделирование проводилось при таких параметрах системы: $m_1=2$ кг, $m_2=2$ кг, $m_3=6$ кг, $m_4=20$ кг, $c_1=6 \cdot 10^6$ Н/м, $c_2=2 \cdot 10^6$ Н/м, $c_3=12 \cdot 10^6$ Н/м, $c_4=25 \cdot 10^6$ Н/м, $a_1=50$ кг/с, $a_2=1000$ кг/с, $a_3=50$ кг/с, $a_4=100$ кг/с.

Для оценки эффективности демпфера колебаний произведено сравнение реакции инструментальной оправки на импульсное воздействие с демпфером и без демпфера. На рис. 4 представлено сравнение импульсных характеристик (y_i) при единичном импульсном воздействии силы $P = 50$ кН длительностью $0,00002$ с (интеграл прямоугольного импульса $50000 \cdot 0,00002 = 1$). На рис. 5 представлено сравнение работы при частотном воздействии силы с амплитудой $P = 500$ Н при частоте $\omega = 900$ рад/с (≈ 140 Гц). Данные сравнения наглядно подтверждают эффективность применения демпфера колебаний в инструментальной оправке.

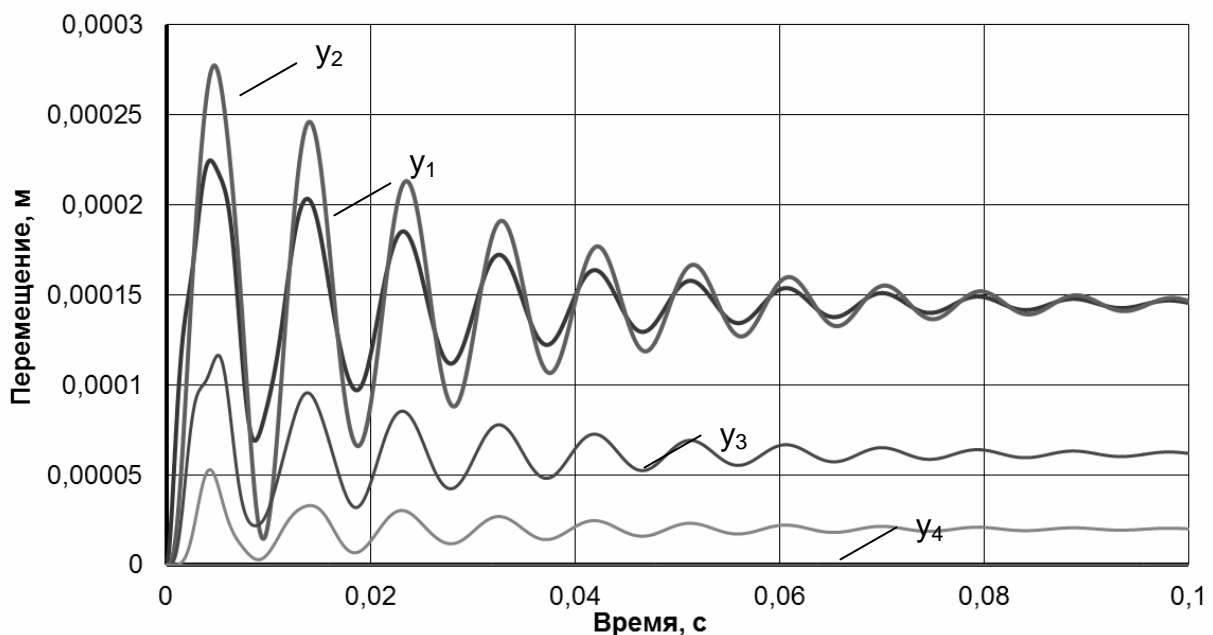


Рисунок 3. Численное решение системы (1)

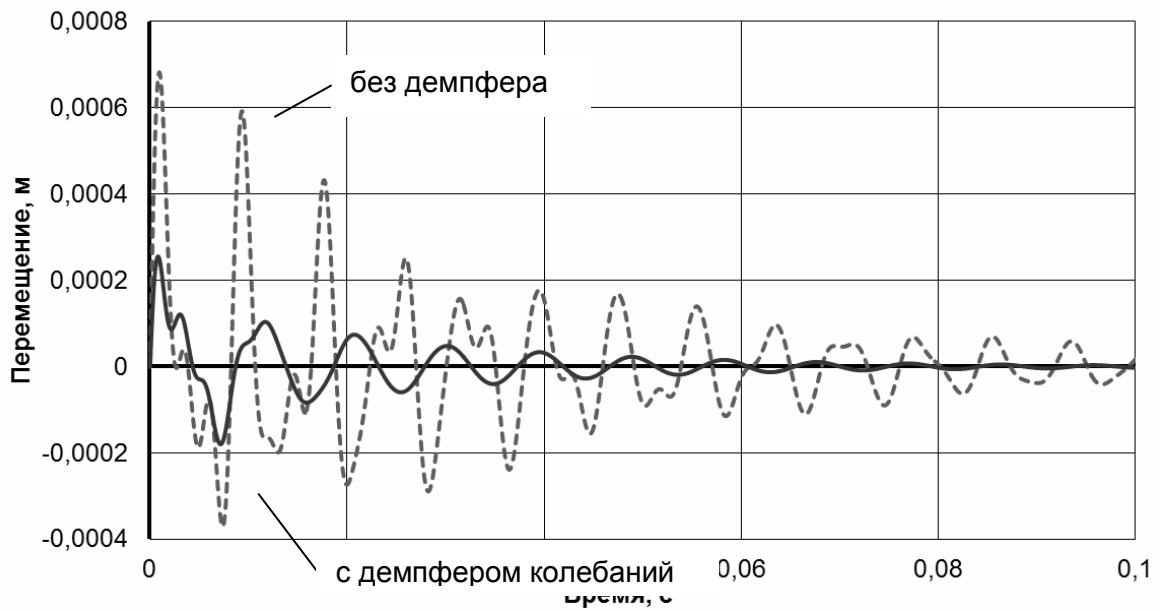


Рисунок 4. Сравнение импульсных характеристик

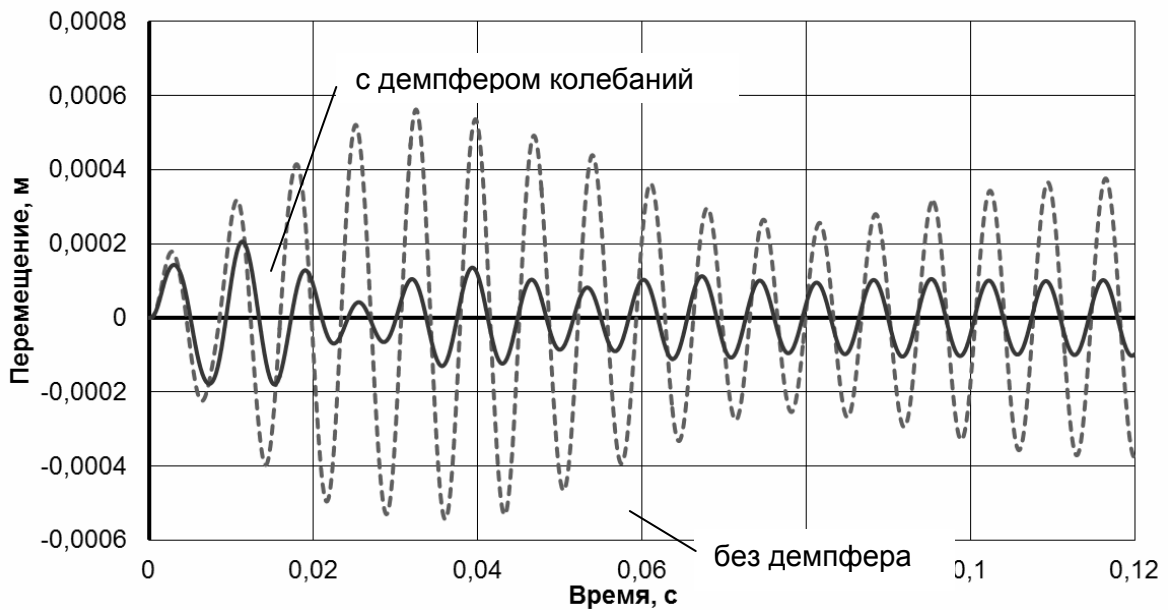


Рисунок 5. Сравнение частотных режимов

Для исследования объекта в частотном домене и также для рассмотрения альтернативных способов решения системы (1) предлагается воспользоваться методами [4] Теории автоматического управления (ТАУ). Применив преобразования Лапласа, и перейдя к изображениям (7), систему (1) можно представить в виде (8):

$$\begin{cases} y_i'' \rightarrow p^2 Y_i \\ y_i' \rightarrow p Y_i \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} m_1 p^2 Y_1 + (a_1 + a_2) p Y_1 + (c_1 + c_2) Y_1 = P + (c_2 + a_2 p) Y_2 + (c_1 + a_1 p) Y_3 \\ m_2 p^2 Y_2 + a_2 p Y_2 + c_2 Y_2 = (c_2 + a_2 p) Y_1 \\ m_3 p^2 Y_3 + (a_1 + a_3) p Y_3 + (c_1 + c_3) Y_3 = (c_1 + a_1 p) Y_1 + (c_3 + a_3 p) Y_4 \\ m_4 p^2 Y_4 + (a_3 + a_4) p Y_4 + (c_3 + c_4) Y_4 = (c_3 + a_3 p) Y_3 + (c_4 + a_4 p) V \end{cases} \quad (8)$$

Или как систему операторных уравнений с передаточными функциями:

$$\begin{cases} Y_1 = W_{11} P + W_{12} Y_2 + W_{13} Y_3 \\ Y_2 = W_2 Y_1 \\ Y_3 = W_{31} Y_1 + W_{32} Y_4 \\ Y_4 = W_{41} Y_3 + W_{42} V \end{cases} \quad (9)$$

Где операторные передаточные функции определяются следующим образом (10) и являются математическими моделями структурных элементов динамической системы (рис. 6).

$$\begin{cases} W_{11} = \frac{1}{m_1 p^2 + (a_1 + a_2) p + (c_1 + c_2)} \\ W_{12} = \frac{c_2 + a_2 p}{m_1 p^2 + (a_1 + a_2) p + (c_1 + c_2)} \\ W_{13} = \frac{c_1 + a_1 p}{m_1 p^2 + (a_1 + a_2) p + (c_1 + c_2)} \\ W_2 = \frac{c_2 + a_2 p}{m_2 p^2 + a_2 p + c_2} \\ W_{31} = \frac{c_1 + a_1 p}{m_3 p^2 + (a_1 + a_3) p + (c_1 + c_3)} \\ W_{32} = \frac{c_3 + a_3 p}{m_3 p^2 + (a_1 + a_3) p + (c_1 + c_3)} \\ W_{41} = \frac{c_3 + a_3 p}{m_4 p^2 + (a_3 + a_4) p + (c_3 + c_4)} \\ W_{42} = \frac{c_4 + a_4 p}{m_4 p^2 + (a_3 + a_4) p + (c_3 + c_4)} \end{cases} \quad (10)$$

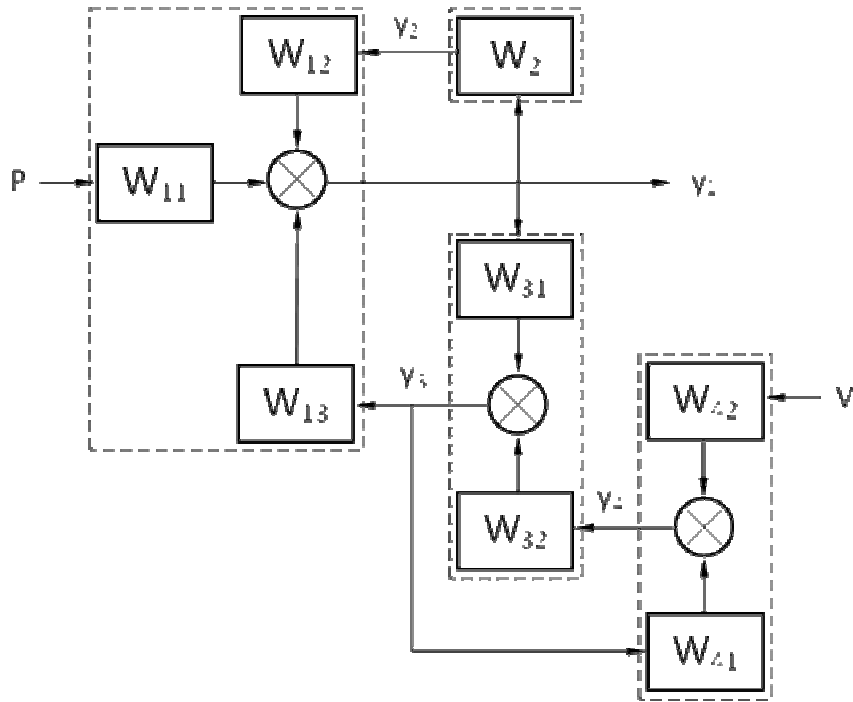


Рисунок 6. Структурная модель динамической системы

Тогда, решая систему (9) относительно Y_1 , получаем общие передаточные функции (11) для силы P и возмущения V , то есть решение системы (1) в операторной форме.

$$\begin{cases} Y_1 = W_P P + W_V V \\ W_P(p) = \frac{W_{11}(1 - W_{41}W_{32})}{1 - W_2 W_{12} - W_{31}W_{13} - W_{41}W_{32} + W_2 W_{12}W_{41}W_{31}} \\ W_V(p) = \frac{W_{42}W_{32}W_{13}}{1 - W_2 W_{12} - W_{31}W_{13} - W_{41}W_{32} + W_2 W_{12}W_{41}W_{31}} \end{cases} \quad (11)$$

Выполнив обратное преобразование Лапласа, возможно получить и аналитическое решение задачи.

Переходя к комплексной передаточной функции (12), по известным формулам [4] имеем амплитудно-частотную $A(\omega)$ и фазово-частотную $\varphi(\omega)$ характеристики:

$$\begin{cases} W_P(\omega i) = Re(\omega) + Im(\omega) \cdot i \\ A(\omega) = |W_P(\omega i)| = \sqrt{Re(\omega)^2 + Im(\omega)^2} \\ \varphi(\omega) = \arg(W_P(\omega i)) = \arctg(Im(\omega)/Re(\omega)) \end{cases} \quad (12)$$

На рисунке 7 представлена амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) для массы 1 с демпфером и без демпфера при частотном воздействии силы $P = 500$ Н, при тех же параметрах, как и для численного решения системы (1) на рис. 3. Данная зависимость позволяет оценить диапазон рабочих частот динамической системы, а так же её критические частоты, на которых возникают резонансные явления.

Сами критические частоты могут быть рассчитаны и без АЧХ, как квадратные корни из собственных чисел матрицы (13) коэффициентов исходной (1) недемпфированной ($\zeta_i = 0, a_i = 0$) системы дифференциальных уравнений.

Аналитический расчёт собственных чисел матрицы четвёртого порядка снова требует решения алгебраических уравнений высокого порядка. Однако существует достаточно много прикладных программных решений для подобных задач, с помощью которых найдены четыре критических частоты для принятых выше параметров динамической системы: 2358, 1653, 665 и 1055 рад/с.

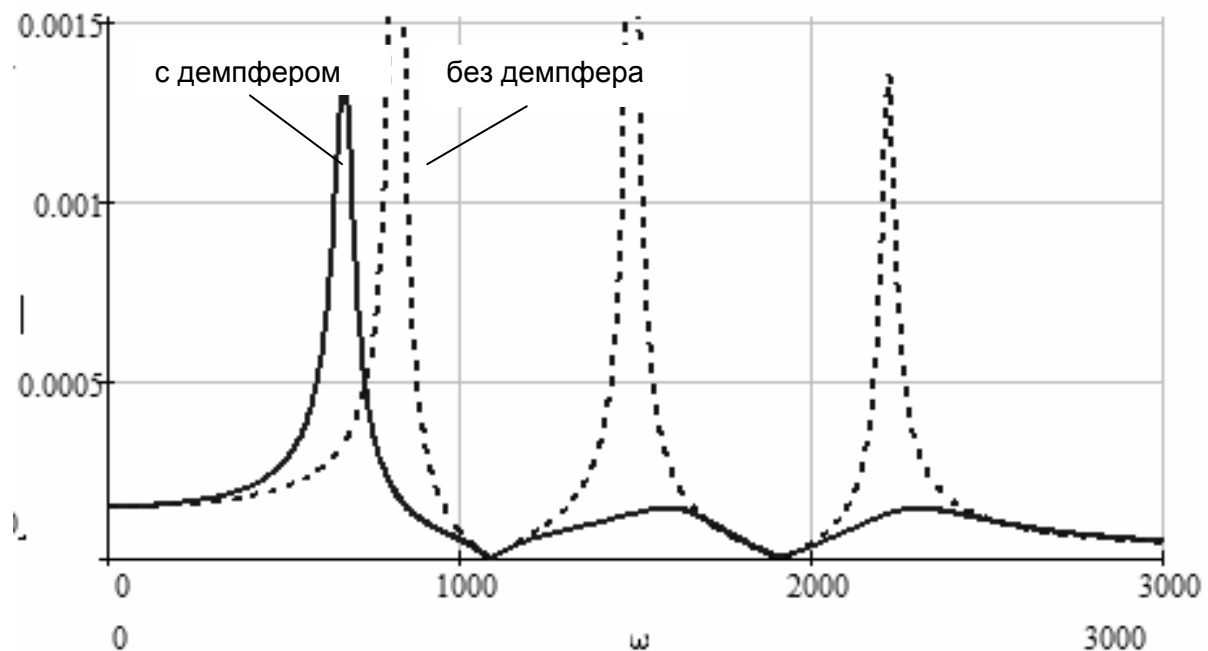


Рисунок 7. Амплитудно-частотная характеристика

$$\begin{bmatrix} \frac{-(c_1+c_2)}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & 0 \\ \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} & 0 & 0 \\ \frac{c_1}{m_3} & 0 & \frac{-(c_1+c_2)}{m_3} & \frac{c_2}{m_3} \\ 0 & 0 & \frac{c_2}{m_4} & \frac{-(c_2+c_4)}{m_4} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Для возмущающего вибрационного воздействия V аналогичным образом по второй передаточной функции (11) можно получить свою АЧХ, которая будет иметь ту же форму, те же значения критических частот, но другие значения по оси ординат. Это позволит оценить составляющую влияния вибрации станка на рассматриваемую динамическую систему. Как показал практический опыт применения подобных инструментальных оправок, этот вопрос весьма актуален.

Кроме того, решая систему (9) относительно любого другого Y_i , можно исследовать динамику и частотные характеристики любой из четырёх масс, участвующих в расчетной модели (рис. 2).

В дальнейшем, развивая применение методов ТАУ в данном вопросе, возможно аналитически исследовать устойчивость динамической системы, например по критерию Гурвица, с построением областей устойчивости по определённым параметрам. Произвести оптимизацию параметров системы для получения наилучшей переходной характеристики, например по интегральным оценкам. Численное решение исходной системы дифференциальных уравнений (1) возможно применить для имитационного моделирования работы инструментальной оправки на различных режимах при различных параметрах.

В перспективе планируется провести ряд натурных экспериментов для оценки адекватности предложенной математической модели, и дальнейшей её коррекции. Это могут быть либо эксперименты на реальном оборудовании и оснастке непосредственно на «Воткинском заводе», либо стендовые испытания в лабораториях Воткинского филиала Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле./ Пер. с англ. Л.Г. Корнеучука; Под ред. Э.И. Григолюка. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
2. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний: Учебник для ВУЗов. – М: Высшая школа, 1980. – 408 с., ил.
3. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). М: Машиностроение, 1978.
4. Макаров И.М., Менский Б.М. Линейные автоматические системы. М.: Машиностроение. – 1982.